

令和4年度

県立高等学校入学者選抜

学力検査問題

数 学

注 意

- 1 「始め」の合図があるまでは、問題用紙を開いてはいけません。
- 2 問題用紙は、表紙を入れて11ページあります。
また、問題は大問【1】から【10】まであります。
- 3 答えは、最も簡単な形で表し、すべて別紙の解答用紙に記入しなさい。
- 4 答えは、それ以上約分できない形にしなさい。
- 5 答えに $\sqrt{\quad}$ が含まれるときは、 $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ小さい自然数にしなさい。
- 6 答えが比のときは、最も簡単な整数の比にしなさい。
- 7 「やめ」の合図で、すぐに鉛筆を置きなさい。

【1】 次の計算をなさい。

(1) $4 + (-8)$

(2) $10 \div \left(-\frac{5}{4}\right)$

(3) $4 + 3 \times (-2)$

(4) $3\sqrt{2} + \sqrt{8}$

(5) $2a \times (-3a)^2$

(6) $2(x + 5y) - 3(-x + y)$

【2】 次の に最も適する数や式または記号を入れなさい。

(1) 比例式 $3 : 8 = x : 40$ が成り立つとき、 $x =$ である。

(2) 次のア～オのうち、無理数であるものは、 である。

ア～オのうちから 1つ 選び、記号で答えなさい。

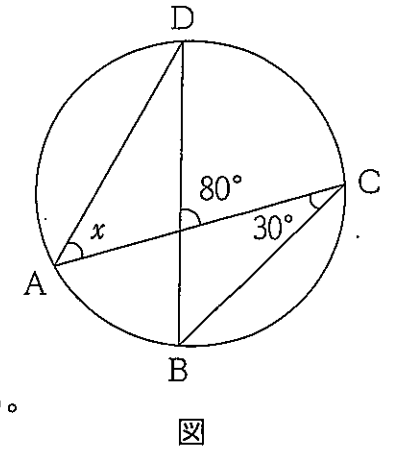
ア -5 イ $\sqrt{3}$ ウ $\sqrt{9}$ エ 0 オ $\frac{1}{3}$

(3) 1本83円のペンを a 本、1本102円のテープを b 本買ったとき、合計金額は740円以下であった。この数量の間の関係を不等式で表すと である。

次のア～エのうちから 1つ 選び、記号で答えなさい。

ア $83a + 102b < 740$ イ $102a + 83b < 740$
 ウ $83a + 102b \leq 740$ エ $102a + 83b \leq 740$

(4) 右の図において、4点A, B, C, Dが円周上にあるとき、 $\angle x =$ $^\circ$ である。



(5) $(2x + y)^2$ を展開して整理すると、 である。

(6) $x^2 + 5x - 6$ を因数分解すると、 である。

(7) 二次方程式 $x^2 + 3x + 1 = 0$ の解は、 $x =$ である。

(8) 1箱6000円のマンガーを買うことにする。消費税が8%であるとき、支払う金額は税込みで 円である。次のア～オのうちから 1つ 選び、記号で答えなさい。

ア 480 イ 4800 ウ 6480 エ 6800 オ 6840

(9) クラスの生徒8人について、先月読んだ本の冊数を調べ、冊数の少ない順に並べると下のような結果になった。読んだ本の冊数の中央値は 冊である。

0 4 5 7 9 11 11 12

(単位：冊)

【3】 下の図1のように、袋の中に白玉3個と赤玉3個が入っている。それぞれの色の玉には1, 2, 3の数字が1つずつ書かれている。また、図2のように数直線上を動く点Pがあり、最初、点Pは原点(0が対応する点)にある。

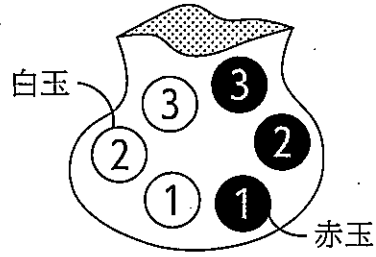


図1

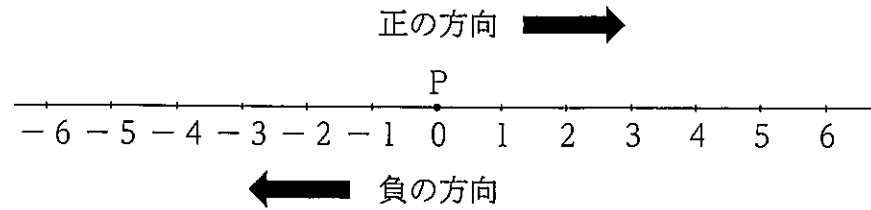


図2

袋の中の玉をよくかきまぜて1個を取り出し、下の規則にしたがって点Pを操作したあと、玉を袋に戻す。さらに、もう一度袋の中の玉をよくかきまぜて1個を取り出し、下の規則にしたがって点Pを1回目に動かした位置から操作し、その位置を最後の位置とする。

[規則]

- ・白玉を取り出した場合、正の方向へ玉に書かれている数字と同じ数だけ動かす。
- ・赤玉を取り出した場合、負の方向へ玉に書かれている数字と同じ数だけ動かす。
- ・2回目に取り出した玉の色と数字がどちらも1回目と同じ場合、1回目に動かした位置から動かさない。

このとき、次の各問いに答えなさい。

ただし、どの玉を取り出すことも同様に確からしいとする。

問1 点Pの最後の位置が原点である玉の取り出し方は何通りあるか求めなさい。

問2 点Pの最後の位置が2に対応する点である確率を求めなさい。

問3 点Pの最後の位置が-4以上の数に対応する点である確率を求めなさい。

【4】 次の各問いに答えなさい。

問1 右の図1のように、線分ABと線分BCがある。この図に点Dをかき入れて、四角形ABCDが平行四辺形となるように、次の(手順1)、(手順2)で点Dを求めた。

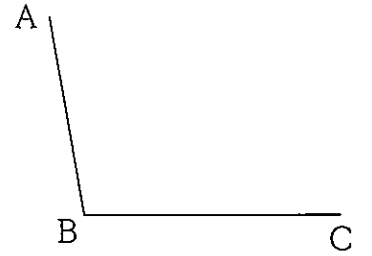


図1

①, ②に最も適するものを、下のア~カのうちから1つずつ選び、記号で答えなさい。

【点Dを求める手順】

(手順1) ①と②をかく。

(手順2) (手順1)でかいた2つの円の交点のうち、平行四辺形になる点をDとする。

- ア 点Aを中心として、半径が線分ABに等しい円
- イ 点Aを中心として、半径が線分BCに等しい円
- ウ 点Bを中心として、半径が線分ABに等しい円
- エ 点Bを中心として、半径が線分BCに等しい円
- オ 点Cを中心として、半径が線分ABに等しい円
- カ 点Cを中心として、半径が線分BCに等しい円

問2 下の図2のように、2点P, Qと三角形ABCがある。

下に示す2つの条件をともに満たす点のうち、この点と、P, Qを頂点とする三角形の面積が最大となるような点をTとする。点Tを定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし、点を示す記号Tをかき入れ、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

[条件]

- ・2点P, Qから等しい距離にある。
- ・三角形ABCの辺上にある。

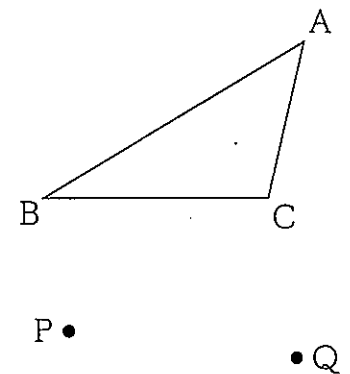


図2

【5】 与えられた条件を満たす自然数の組について、次の各問いに答えなさい。

問1 自然数の組 m, n の求め方について、令一さんと和美さんが以下のように会話をした。① ~ ⑤ に最も適する数や式を入れ、会話を完成させなさい。

〔練習問題1〕 $m^2 + n^2 = 25$ を満たす自然数の組 m, n を求めなさい。
ただし、 m は n より大きいとする。

和美さん：これはすぐにわかったわ。 $m =$ ① , $n =$ ② が答えね。

令一さん：私は、 m と n にいろいろな数をあてはめて答えを見つけたけど、和美さんは、どのように解いたの？

和美さん：私も令一さんと同じだけど、 m と n が5より小さいことに着目したわ。

〔練習問題2〕 $m^2 - n^2 = 8$ を満たす自然数の組 m, n を求めなさい。
ただし、 m は n より大きいとする。

令一さん：これもいろいろな数をあてはめて、答えを見つけられればいいのか？

和美さん：ちょっと待って。それより、何か工夫して考えてみようよ。

令一さん：どのように工夫するの？

和美さん：まずは式の左辺が因数分解できるよね。右辺は2つの数の積に変形できるわ。次に左辺と右辺をそれぞれ対応させて連立方程式を作り、 m と n を求めればいいんじゃない？ あっ、でも、右辺を 8×1 にすると、連立方程式の解が自然数にならないから、 4×2 にするわ。

令一さん：今の話をまとめると、 $m^2 - n^2 = 8$ は、③ = 4×2 に変形できたよ。これから、連立方程式を作るんだね。

和美さん：そうね。作った連立方程式の2つの式で左辺と右辺が、きちんと対応していれば、 $m =$ ④ , $n =$ ⑤ となるよ。

令一さん：和美さんの話から、数学では、これまでに学習したことを活用できる場合があることがわかるね。

問2 $m^2 - n^2 = 24$ を満たす自然数の組 m, n のうち、 m の値が最大となる組を求めなさい。ただし、 m は n より大きいとする。

【6】 太郎さんが所属するサッカー部で、オリジナルマスクを作ることになり、かかる費用を調べたところ、A店とB店の料金は、それぞれ次の表1、表2のようになっていた。ただし、消費税は考えないものとする。

表1 A店の料金

注文のとき、初期費用として50000円かかり、それに加えて、マスク1枚につき500円かかる。

表2 B店の料金

注文の枚数による費用は、次の通りである。ただし、初期費用はかからない。
・注文の枚数が49枚までのとき、マスク1枚につき1500円かかる。
・注文の枚数が50枚から99枚までのとき、マスク1枚につき1200円かかる。
・注文の枚数が100枚以上のとき、マスク1枚につき1000円かかる。
例えば、注文の枚数が60枚のとき、費用は $1200 \times 60 = 72000$ (円) となる。

また、下の図は、B店でマスクを作る枚数を x 枚としたときにかかる費用を y 円として、 x と y の関係をグラフに表したものである。

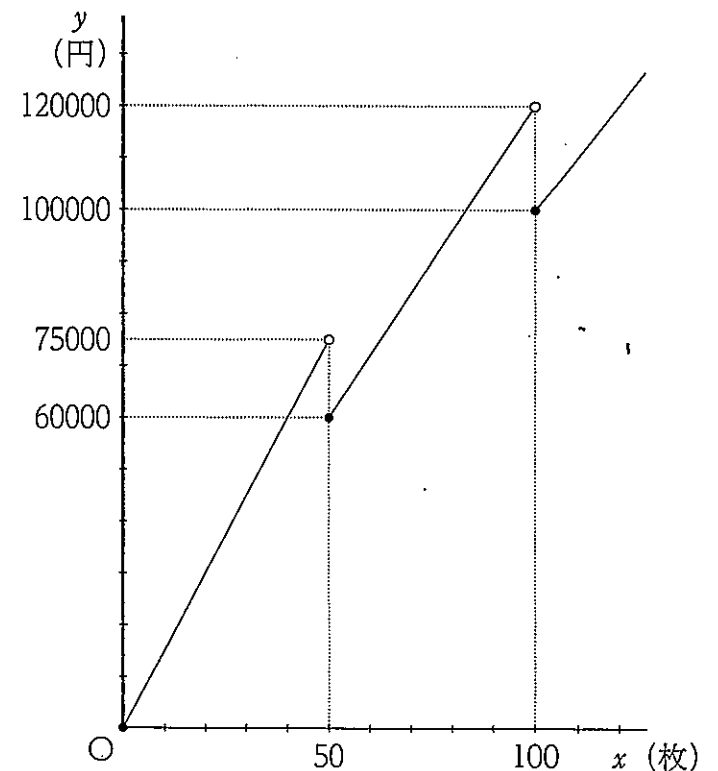
ただし、このグラフで、端の点を含む場合は●、含まない場合は○で表している。

このとき、次の各問いに答えなさい。

問1 B店でマスクを30枚注文したとき、かかる費用を求めなさい。

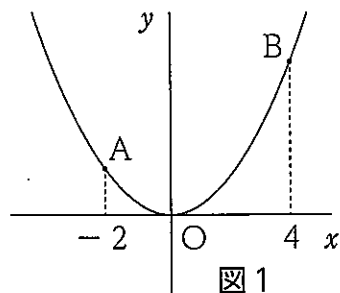
問2 A店でマスクを作る枚数を x 枚としたときにかかる費用を y 円として、 y を x の式で表しなさい。

問3 B店で作るときにかかる費用が、A店で作るときにかかる費用よりも安くなるのは、作る枚数が何枚以下のときか求めなさい。



図

【7】 右の図1のように、関数 $y = ax^2$ のグラフ上に2点A、Bがある。点Aの x 座標を-2、点Bの x 座標を4とする。このとき、次の各問いに答えなさい。ただし、 $a > 0$ とする。



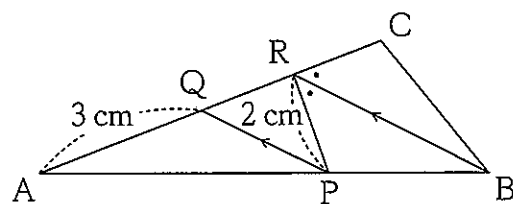
問1 点Bの y 座標が16のとき、 a の値を求めなさい。

問2 $a = \frac{1}{2}$ のとき、 x の変域が $-2 \leq x \leq 4$ のときの y の変域を求めなさい。

問3 x の値が-2から4まで増加するときの変化の割合を a の式で表しなさい。

問4 $\triangle OAB$ の面積が 84 cm^2 となるとき、 a の値を求めなさい。
ただし、原点Oから点 $(0, 1)$ 、点 $(1, 0)$ までの長さを、それぞれ1 cm とする。

【8】 右の図2のように、 $\triangle ABC$ において、辺AB上に点P、辺AC上に2点Q、Rをとる。このとき、 $PQ \parallel BR$ 、 $AQ = 3 \text{ cm}$ 、 $PR = 2 \text{ cm}$ 、 $\angle BRP = \angle BRC$ とする。次の各問いに答えなさい。



問1 線分QRの長さを求めなさい。

問2 $\triangle APQ \sim \triangle ABR$ となることを次のように証明した。□ をうめて証明を完成させなさい。ただし、証明の中に根拠となることがらを必ず書くこと。

【証明】

$\triangle APQ$ と $\triangle ABR$ において、

\angle □ は共通 … ①

平行線の □ は等しいから $\angle AQP = \angle ARB$ … ②

①、②より

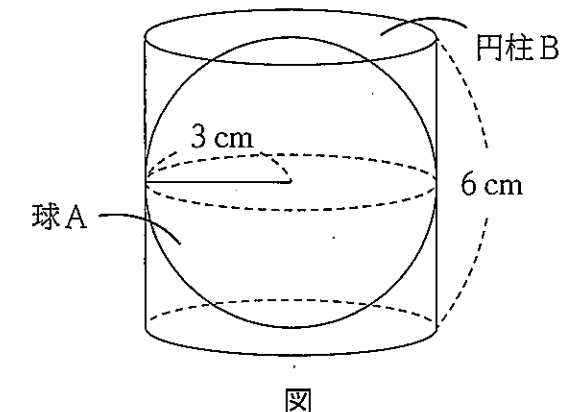
□ から

$\triangle APQ \sim \triangle ABR$

問3 線分ABと線分PBの長さの比を求めなさい。

問4 $\triangle PRQ$ の面積が 2 cm^2 のとき、 $\triangle ABR$ の面積を求めなさい。

【9】 右の図は、半径3 cmの球Aと、その球がちょうど入る円柱Bを表している。このとき、次の各問いに答えなさい。ただし、円周率は π とする。



問1 球Aの表面積を求めなさい。

問2 球Aの体積を求めなさい。

問3 次のア~エのうちから、正しいものを1つ選び、記号で答えなさい。

- ア 球Aの表面積は、円柱Bの底面積の2倍である。
- イ 球Aの表面積は、円柱Bの側面積に等しい。
- ウ 球Aの体積は、円柱Bの体積の $\frac{1}{3}$ 倍である。
- エ 球Aの体積は、円柱Bの体積の半分である。

問4 体積が球Aの体積と等しく、底面が円柱Bの底面と合同である円すいを円すいCとする。円すいCの高さを求めなさい。

【10】 下のように計算方法を書いた4枚のカードA, B, C, Dがある。

A 2を足す

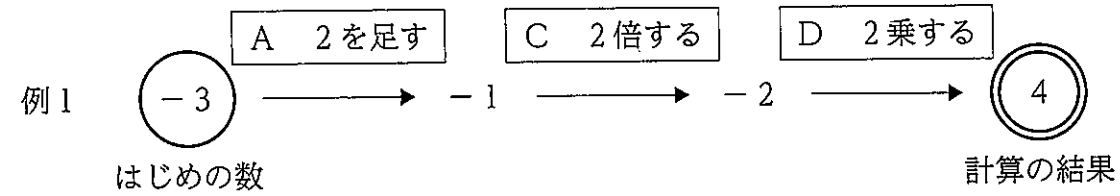
B 2を引く

C 2倍する

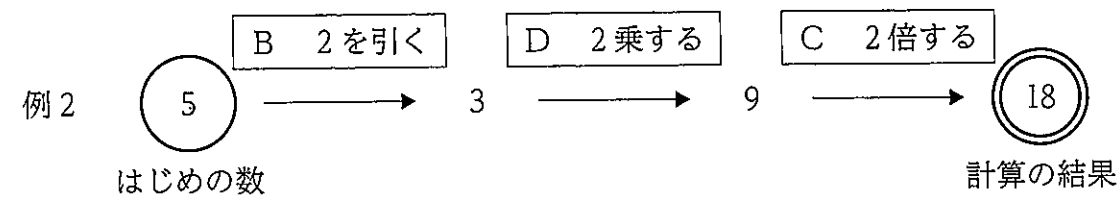
D 2乗する

この4枚のカードから3枚のカードを1枚ずつ取り出し、取り出した順にカードに書かれている計算方法で、はじめの数に次々と計算をし、計算の結果を求める。
ただし、取り出したカードはもとに戻さないものとする。

例1のように、はじめの数が-3で、3枚のカードをA, C, Dの順に取り出したとき、計算の結果は4になる。



例2のように、はじめの数が5で、3枚のカードをB, D, Cの順に取り出したとき、計算の結果は18になる。



このとき、次の各問いに答えなさい。

問1 はじめの数が3で、3枚のカードをA, B, Cの順に取り出したとき、計算の結果を求めなさい。

問2 はじめの数が x で、3枚のカードをD, C, Aの順に取り出したとき、計算の結果を x を使った式で表しなさい。

問3 はじめの数が x で、3枚のカードをA, C, Dの順に取り出したときの計算の結果と、D, C, Aの順に取り出したときの計算の結果は等しかった。はじめの数 x をすべて求めなさい。

問4 はじめの数が-4のとき、計算の結果を最も大きくするためには、4枚のカードから3枚のカードをどのような順に取り出せばよいか、その順を答えなさい。